

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Peter Thiemann
Marius Weidner
Simon Dorer

Universität Freiburg
Institut für Informatik
Sommersemester 2026

Übungsblatt 12

Abgabe: Dienstag, 21.07.2026, 16:00 Uhr

Hinweis:

Am Mittwoch, den 22.07.2026, findet zur regulären Vorlesungszeit eine Fragestunde zur Klausur und zu den Inhalten der Vorlesung statt. Überlegen Sie sich gerne Fragen hierzu!

Aufgabe 12.1 (CNF-Transformation; 8 Punkte)

Wir betrachten die kontextfreie Grammatik

$$G = (\Sigma, N, P, S)$$

mit

$$\Sigma = \{a, b, c\}, \quad N = \{S, A, Q, R\}$$

und

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow ASQ \mid aR, \\ A \rightarrow Q \mid b, \\ Q \rightarrow \varepsilon \mid R, \\ R \rightarrow cA \mid a \end{array} \right\}.$$

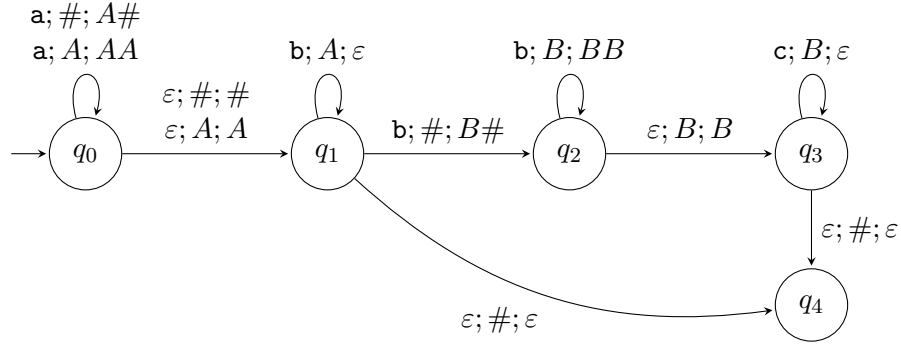
Transformieren Sie G mit den Verfahren aus der Vorlesung in eine Grammatik G_{CNF} in Chomsky-Normalform. Geben Sie bei jedem Schritt die resultierende Grammatik als vollständiges 4-Tupel an.

Gehen Sie dabei wie folgt vor:

- SEP: Transformieren Sie G in eine separierte Grammatik G_{SEP} .
- BIN: Transformieren Sie G_{SEP} in eine Grammatik G_{BIN} , in der alle rechten Regelseiten Länge höchstens zwei haben.
- DEL: Transformieren Sie G_{BIN} mit dem Verfahren DEL in eine Grammatik G_{DEL} ohne ε -Regeln. Geben Sie die dabei berechnete Menge Nullable als Zwischenschritt an.
- UNIT: Transformieren Sie G_{DEL} in eine äquivalente Grammatik G_{CNF} ohne Kettenregeln. Geben Sie den Kettenregelgraphen an und erklären Sie kurz, wie Sie mit darin enthaltenen Zyklen umgehen.

Aufgabe 12.2 (Die Sprache eines Kellerautomaten; 5 Punkte)

Betrachten Sie den Kellerautomaten $\mathcal{K}$ mit dem Kellerbodensymbol $\#$:



- (a) Entscheiden Sie für die Wörter **abc** und **aabbbbcc**, ob sie von $\mathcal{K}$ akzeptiert werden. Geben Sie für jedes akzeptierte Wort einen akzeptierenden Lauf an und begründen Sie für jedes nicht akzeptierte Wort kurz, warum kein akzeptierender Lauf existiert.
- (b) Erklären Sie kurz, welche Bedeutung die Kellersymbole A und B während eines Laufs haben.
- (c) Geben Sie die Sprache $L(\mathcal{K})$ in Mengenschreibweise an.

Aufgabe 12.3 (Semantik primitiv-rekursiver Terme; 3.5 Punkte)

Für $k, c \in \mathbb{N}$ sei der konstante Term

$$\text{const}_c^k := \underbrace{\mathcal{S} \circ [\mathcal{S} \circ [\dots \mathcal{S} \circ [\mathcal{O}^k] \dots]]}_{c\text{-mal } \mathcal{S}} \in \text{PREC}^k.$$

Betrachten Sie den folgenden Term $\mathbf{t} \in \text{PREC}^2$:

$$\mathbf{t} := \text{PR}(\text{const}_1^1, \text{mult} \circ [\pi_1^3, \pi_3^3]) \circ [\text{sub} \circ [\pi_2^2, \text{const}_2^2], \text{add} \circ [\pi_1^2, \text{const}_3^2]].$$

Bestimmen Sie die Semantik

$$\llbracket \mathbf{t} \rrbracket_2(x, y).$$

Geben Sie das Ergebnis als möglichst einfachen arithmetischen Ausdruck an und begründen Sie Ihre Antwort kurz.

Aufgabe 12.4 (Semantik eines LOOP-Programms; 3.5 Punkte)

Betrachten Sie das folgende Programm $P \in \text{LOOP}^3$:

```

LOOP x2 DO
  LOOP x1 DO
    x1 := x1 + 1
  END;
  x3 := x3 + 1
END;
LOOP x3 DO
  x1 := x1 + 1
END

```

Bestimmen Sie die Semantik

$$\llbracket P \rrbracket_3(x, y, 0).$$

Welche Funktion

$$f = \pi_1^3 \circ \llbracket P \rrbracket_3 \circ \text{init}_{2,3}$$

berechnet das Programm? Begründen Sie Ihre Antwort kurz, indem Sie die Wirkung der Zuweisungen und der Schleifen erklären.

Aufgabe 12.5 (Erfahrungen; Datei: `NOTES.md`)

Notieren Sie Ihre Erfahrungen mit diesem Übungsblatt (benötigter Zeitaufwand, Probleme, Bezug zur Vorlesung, Interessantes, etc.).

Editieren Sie hierzu die Datei `NOTES.md` im Abgabeordner dieses Übungsblattes auf unserer Webplattform. Halten Sie sich an das dort vorgegebene Format, da wir den Zeitbedarf automatisch statistisch auswerten. Die Zeitangabe **4.5 h** steht dabei für 4 Stunden und 30 Minuten.