Theoretische Informatik

Prof. Dr. Peter Thiemann
Marius Weidner
Simon Dorer

Universität Freiburg
Institut für Informatik
Sommersemester 2026

Übungsblatt 7

Abgabe: Dienstag, 16.06.2026, 16:00 Uhr

Aufgabe 7.1 (ε-Eliminierung; 5 Punkte)
Gegeben sei die Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit

$$\Sigma = \{a, b, c\}, \quad N = \{S, A, B, C, T, Y_a, Y_b, Y_c\} \quad \text{und}$$

$$P = \left\{ \begin{array}{l} S \to Y_a T \mid AB, \\ T \to BC, \\ A \to AY_a \mid CY_c, \\ B \to CY_b \mid \varepsilon, \\ C \to B, \\ Y_a \to a, \\ Y_b \to b, \\ Y_c \to c \end{array} \right\}$$

(a) Berechnen Sie mit dem Verfahren aus der Vorlesung die Menge der Nichtterminale, aus denen sich ε ableiten lässt:

$$\text{Nullable}(\mathcal{G}) = \{X \in N \mid X \vdash_{\mathcal{G}}^{*} \varepsilon\}$$

Geben Sie dabei in jedem Schritt die Zwischenergebnisse M_i an.

(b) Wenden Sie den Algorithmus Del aus der Vorlesung an, um $\mathcal{G}$ in eine äquivalente ε-freie Grammatik zu transformieren.

Beachten Sie, dass die gegebene Grammatik $\mathcal{G}$ bereits separiert ist und für alle Regeln $X \to \alpha$ gilt, dass $|\alpha| \leq 2$. Sie müssen die Algorithmen Sep und Bin also *nicht* als Subroutine anwenden.

Aufgabe 7.2 (CYK; 5 Punkte)
Gegeben sei die Grammatik $\mathcal{G} = (\Sigma, N, P, S)$ mit

$$\Sigma = \{0, 1\}, \quad N = \{S, A, B, C\} \quad \text{und} \quad P = \left\{ \begin{array}{l} S \to AB \mid BC, \\ A \to BA \mid 0, \\ B \to CC \mid 1, \\ C \to AB \mid 0 \end{array} \right\}$$

Bestimmen Sie mit dem CYK-Algorithmus für jedes der folgenden Wörter, ob es in $L(\mathcal{G})$ liegt:

(a) 110100

(b) 1001

Geben Sie jeweils Ihre Antwort sowie die zugehörige Matrix M an. Markieren Sie außerdem die Reihenfolge, in der die nichtleeren Zelleneinträge berechnet wurden, zum Beispiel durch Nummerierung der Einträge wie im Skript.

Aufgabe 7.3 (Pumping Lemma für Kontextfreie Sprachen; 5 Punkte)
Zeigen Sie mithilfe des Pumping-Lemmas für kontextfreie Sprachen, dass die folgende Sprache nicht kontextfrei ist:

$$L = \{\mathtt{a}^n\mathtt{b}^m\mathtt{c}^\ell \mid n > m \text{ und } n > \ell\}$$

Aufgabe 7.4 (Typ-3-Sprachen; 5 Punkte)
In der Vorlesung haben Sie sowohl reguläre Sprachen als auch Typ-3-Sprachen kennengelernt. Für eine Sprache $L \subseteq \Sigma^*$ gilt

$$L \in \mathit{REG} \iff L \text{ ist eine Typ-3-Sprache.}$$

In dieser Aufgabe sollen Sie diese Äquivalenz zeigen, indem Sie Konstruktionen in beide Richtungen angeben.

(a) ($\Longrightarrow$): Sei $L \in \mathit{REG}$ und sei $\mathcal{A}$ ein DEA mit $L(\mathcal{A}) = L$. Konstruieren Sie eine Typ-3-Grammatik $\mathcal{G}$ mit $L(\mathcal{G}) = L$.

(b) ($\Longleftarrow$): Sei L eine Typ-3-Sprache und sei $\mathcal{G}$ eine Typ-3-Grammatik mit $L(\mathcal{G}) = L$. Konstruieren Sie einen NEA $\mathcal{N}$ mit $L(\mathcal{N}) = L$.

Hinweis: Es genügt, die jeweilige Konstruktion anzugeben. Sie müssen *nicht* formal beweisen, dass die Konstruktionen korrekt sind.