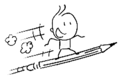
Theoretische Informatik

Prof. Dr. Peter Thiemann — Universität Freiburg
Marius Weidner — Institut für Informatik
Simon Dorer — Sommersemester 2026

Übungsblatt 2

Abgabe: Dienstag, 05.05.2026, 16:00 Uhr

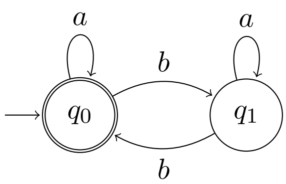
Hinweis: Ab diesem Übungsblatt annotieren wir Aufgaben, bei denen Sie einen Automaten in graphischer Darstellung angeben sollen mit *Mala Malstift*:



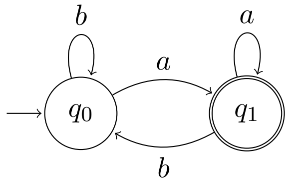
In allen anderen Aufgaben, wie z.B. formellen Beweisen, verwenden Sie die formelle Schreibweise als Tupel.

Aufgabe 2.1 (Produktautomat; 5 Punkte)
Betrachten Sie die folgenden drei DEAs über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b\}$:

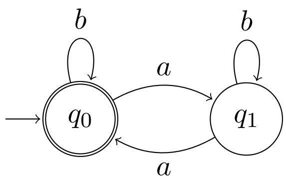
$\mathcal{A}_1$:



$\mathcal{A}_2$:



$\mathcal{A}_3$:

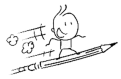


(a) Geben Sie die Sprachen $L(\mathcal{A}_1), L(\mathcal{A}_2)$ und $L(\mathcal{A}_3)$ in Mengenschreibweise an.

(b) Konstruieren Sie den Produktautomaten $\mathcal{A}_\cap$, der den Schnitt der Sprachen

$$L(\mathcal{A}_\cap) = L(\mathcal{A}_1) \cap L(\mathcal{A}_2) \cap L(\mathcal{A}_3)$$

akzeptiert. Verwenden Sie dabei *exakt* das Verfahren aus der Vorlesung!



Aufgabe 2.2 (Komplementautomat; 5 Punkte)
Sei $\mathcal{A} = (\Sigma, Q, \delta, q^{\text{init}}, F)$ ein beliebiger DEA.

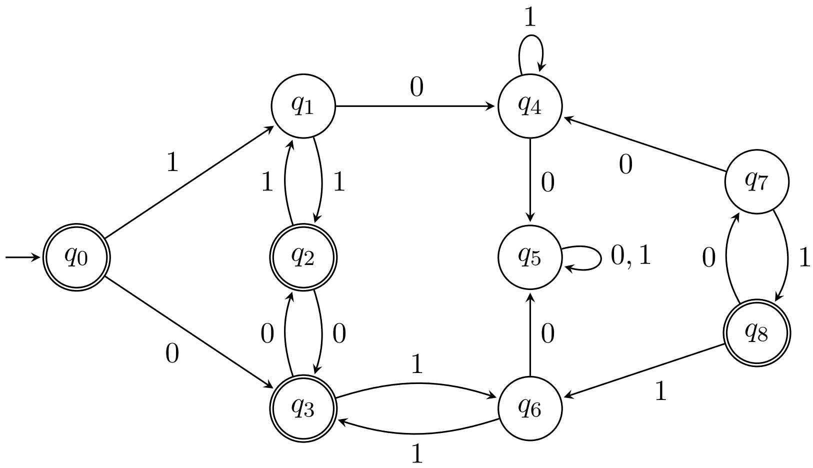
(a) Geben Sie eine Konstruktion für einen DEA $\overline{\mathcal{A}}$ an, dessen akzeptierte Sprache genau das Komplement von $L(\mathcal{A})$ ist, also

$$L(\overline{\mathcal{A}}) = \overline{L(\mathcal{A})} = \Sigma^* \setminus L(\mathcal{A}).$$

(b) Beweisen Sie, dass Ihre Konstruktion korrekt ist, d.h. dass

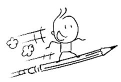
$$L(\overline{\mathcal{A}}) = \overline{L(\mathcal{A})}.$$

Aufgabe 2.3 (Minimierung von DEAs; 5 Punkte)
Gegeben sei folgender DEA $\mathcal{A}$ über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$:



Minimieren Sie $\mathcal{A}$ nach dem Verfahren aus der Vorlesung. Gehen Sie dabei wie folgt vor:

(a) Geben Sie einen DEA $\mathcal{A}'$ an, der äquivalent zu $\mathcal{A}$ ist, jedoch keine unerreichbaren Zustände besitzt.



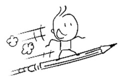
(b) Geben Sie die Äquivalenzklassen von $\equiv_{\mathcal{A}'}$ an. Verwenden Sie folgenden Algorithmus 1, der systematisch nicht-äquivalente Zustandspaare markiert, bis nur noch äquivalente Zustandspaare übrig bleiben.

Algorithm 1 Bestimmung äquivalenter Zustände

1: Initialisiere $\not\equiv_{\mathcal{A}'} = \emptyset$.
2: Für jedes Zustandspaar $(q_1, q_2) \in Q \times Q$, für das genau einer der beiden Zustände akzeptierend ist, also $q_1 \in F,\ q_2 \notin F$ oder $q_1 \notin F,\ q_2 \in F$, speichere $q_1 \not\equiv_{\mathcal{A}'} q_2$.
3: Für jedes Zustandspaar $(q_1, q_2) \in (Q \times Q) \setminus \not\equiv_{\mathcal{A}'}$, für das ein $a \in \Sigma$ existiert mit $\delta(q_1, a) \not\equiv_{\mathcal{A}'} \delta(q_2, a)$, speichere $q_1 \not\equiv_{\mathcal{A}'} q_2$.
4: Wiederhole Schritt 3 so lange, bis sich keine Änderungen mehr ergeben.
5: Setze $\equiv_{\mathcal{A}'} = (Q \times Q) \setminus \not\equiv_{\mathcal{A}'}$.

Verwenden Sie zum Speichern der Nicht-Äquivalenzen $\not\equiv_{\mathcal{A}'}$ eine Tabelle und geben Sie diese in Ihrer Abgabe an. Markieren Sie stets, welches Symbol $a \in \Sigma$ die Äquivalenz des jeweiligen Zustandspaars ausgeschlossen hat.

(c) Geben Sie den daraus resultierenden Äquivalenzklassenautomaten $\mathcal{A}_{\equiv}$ an, der die gleiche Sprache wie $\mathcal{A}$ erkennt.



Aufgabe 2.4 (Rechtskongruenz; 5 Punkte)
Gegeben sei ein beliebiger DEA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q^{\text{init}}, F)$.

Zeigen Sie, dass die Relation

$$R_{\mathcal{A}} = \{(u, v) \in \Sigma^* \times \Sigma^* \mid \tilde{\delta}(q^{\text{init}}, u) = \tilde{\delta}(q^{\text{init}}, v)\}$$

rechtskongruent ist.

Aufgabe 2.5 (Erfahrungen; Datei: `NOTES.md`)
Notieren Sie Ihre Erfahrungen mit diesem Übungsblatt (benötigter Zeitaufwand, Probleme, Bezug zur Vorlesung, Interessantes, etc.).

Editieren Sie hierzu die Datei `NOTES.md` im Abgabeordner dieses Übungsblattes auf unserer Webplattform. Halten Sie sich an das dort vorgegebene Format, da wir den Zeitbedarf automatisch statistisch auswerten. Die Zeitangabe `4.5 h` steht dabei für 4 Stunden und 30 Minuten.