

Theoretische Informatik

Prof. Dr. Peter Thiemann
Marius Weidner
Simon Dorer

Universität Freiburg
Institut für Informatik
Sommersemester 2026

Übungsblatt 1

Abgabe: Dienstag, 28.04.2026, 16:00 Uhr

Wichtig:

Bevor Sie mit den Aufgaben beginnen, melden Sie sich bitte jetzt für ein Tutorat auf [HisInOne](#) an.

Aufgabe 1.1 (Warm-up; 4 Punkte)

Gegeben sei die Sprache

$$L = \{aa, \varepsilon, b\}$$

über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$.

Bestimmen Sie explizit die folgenden Sprachen:

- (a) L^2
- (b) $\emptyset \cdot L$
- (c) $L \cdot \{\varepsilon\}$
- (d) $\{\varepsilon\} \cdot \emptyset$

Aufgabe 1.2 (Beweise über Sprachen; 4 Punkte)

Es seien Σ ein endliches Alphabet und $L \subseteq \Sigma^*$ eine endliche Sprache.

Entscheiden Sie für jede der folgenden Aussagen, ob sie wahr oder falsch ist. Beweisen Sie wahre Aussagen und widerlegen Sie falsche Aussagen.

- (a) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

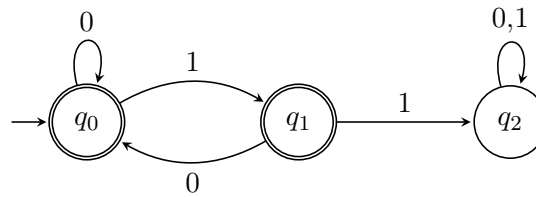
$$|L^n| = |L|^n.$$

- (b) Für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$|\Sigma^n| = |\Sigma|^n.$$

Aufgabe 1.3 (Deterministische endliche Automaten; 6 Punkte)

- (a) Geben Sie einen DEA \mathcal{A}_1 über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$ an, sodass die von ihm akzeptierte Sprache $L(\mathcal{A}_1)$ genau aus den Binärdarstellungen ungerader natürlicher Zahlen besteht. Dabei lesen wir Bitstrings von links nach rechts, das heißt: Das linke Bit ist das höchstwertige Bit, das rechte Bit das niederwertigste Bit. Außerdem interpretieren wir den leeren Bitstring ε als die Zahl 0.
- (b) Gegeben sei der folgende DEA \mathcal{A}_2 über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1\}$:



1. Berechnen Sie $\tilde{\delta}(q_0, 101)$ und $\tilde{\delta}(q_0, 0110)$.
2. Beschreiben Sie $L(\mathcal{A}_2)$ in Worten.
3. Geben Sie eine formale Definition von $L(\mathcal{A}_2)$ in Mengenschreibweise an.

Aufgabe 1.4 (Sprachen als Monoid; 6 Punkte)

Sprachen bilden unter Konkatenation ein Monoid. D. h. es gibt ein neutrales Element e , und die Konkatenation von Sprachen ist assoziativ.

- (a) Geben Sie das neutrale Element e für die Konkatenation von Sprachen an.
- (b) Sei $L \subseteq \Sigma^*$. Zeigen Sie für das von Ihnen gewählte e , dass $L \cdot e = e \cdot L = L$ gilt.
- (c) Seien $L_1, L_2, L_3 \subseteq \Sigma^*$. Beweisen Sie, dass $(L_1 L_2) L_3 = L_1 (L_2 L_3)$.

Aufgabe 1.5 (Bonusaufgabe, 3 Punkte)

In der Vorlesung haben Sie gesehen, wie Σ^* auf zwei Arten definiert werden kann:

Einerseits induktiv durch

$$\varepsilon \in \Sigma_I^* \quad \text{und} \quad a \in \Sigma, w \in \Sigma_I^* \implies a.w \in \Sigma_I^*,$$

andererseits als Funktionen fester Länge mit

$$\Sigma_F^n = \{1, \dots, n\} \rightarrow \Sigma \quad \text{und} \quad \Sigma_F^* = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \Sigma_F^n.$$

Um zu zeigen, dass beide Darstellungen isomorph zueinander sind, müssen wir zeigen, dass eine bijektive Abbildung Φ von Wörtern aus der induktiven Darstellung zu Wörtern aus der Darstellung als Funktionen fester Länge existiert:

$$\Phi : \Sigma_I^* \rightarrow \Sigma_F^*$$

- (a) Definieren Sie eine geeignete Funktion Φ .
- (b) Zeigen Sie, dass Φ injektiv ist.
- (c) Zeigen Sie, dass Φ surjektiv ist.

Aufgabe 1.6 (Erfahrungen; Datei: NOTES.md)

Notieren Sie Ihre Erfahrungen mit diesem Übungsblatt (benötigter Zeitaufwand, Probleme, Bezug zur Vorlesung, Interessantes, etc.).

Editieren Sie hierzu die Datei `NOTES.md` im Abgabebereich dieses Übungsblattes auf unserer Webplattform. Halten Sie sich an das dort vorgegebene Format, da wir den

Zeitbedarf automatisch statistisch auswerten. Die Zeitangabe 4.5 h steht dabei für 4 Stunden und 30 Minuten.